

**МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ
НАПРЯЖЕНИЙ В ПОРОДАХ ПОЧВЫ ОЧИСТНОЙ ВЫРАБОТКИ**

На основі рішення плоскої задачі теорії пружності про напружено-деформований стан анізотропного масиву гірських порід з очисною виробкою досліджено вплив гірничо-геологічних і гірничотехнічних чинників на формування зон розтягуючих і стискаючих напружень у підшві. Встановлено, що на утворення тріщин і спучення порід підшви поблизу забою виробки суттєво впливають кут нашарування анізотропного масиву і кут нахилу пласта, що розроблюється. Показано також, що залишення охоронного цілика перешкоджає формуванню небезпечних областей концентрації напружень поблизу вибою.

**MATHEMATICAL MODELING OF STRESS DISTRIBUTION IN GROUND
ROCKS OF CLEARING FACES**

There is studied effect of mining and geological as well as mining factors on formation of zones of tension stresses and compression stresses in a ground. The effect is based on membrane solution of elasticity theory on stress and strain state of rock mass with a stope. It is identified that angle of anisotropic rock mass and inclination angle of mined bed influence greatly fissuring and of ground rocks upwarning nearby fore-breast. It is also shown that protective pillar left prevents formation of stress concentration danger areas near the stope.

1. Постановка и аналитическое решение задачи.

При разработке угольных пластов лавами в окрестности забоя нередко наблюдаются процессы вспучивания пород почвы и образования в них трещин. В связи с этим возникает необходимость исследования процессов перераспределения напряжений в породах почвы очистной выработки при выемке угля.

Рассмотрим начальную стадию разработки угольного пласта. На рис. 1 изображено вертикальное сечение наклонного пласта полезного ископаемого. Угол наклона пласта к горизонту равен α . Угол ψ фиксирует положение плоскостей изотропии трансверсально-изотропного массива горных пород. Координаты забоев пласта обозначены через $-x_1$ и x_1 . Пусть мощность пласта $2h$, глубина проведения выработки H . Считаем, что на участках $(-x_2^l, -x_1)$ и (x_2^r, x_1) уголь находится в пластическом состоянии.

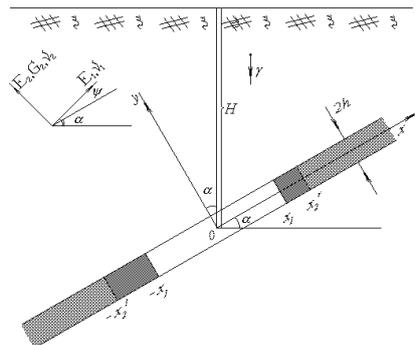


Рис. 1 – Схема разработки пласта полезного ископаемого

Естественное (исходное) напряженное состояние массива обусловлено ве-

сом пород и в системе координат xOy описывается формулами

$$\begin{aligned}\sigma_y^{\circ} &= -m\gamma(H - x\sin\alpha - y\cos\alpha), & \sigma_x^{\circ} &= -n\gamma(H - x\sin\alpha - y\cos\alpha), \\ \tau_{xy}^{\circ} &= -l\gamma(H - x\sin\alpha - y\cos\alpha).\end{aligned}\quad (1)$$

$$\text{Здесь } m = \frac{1+\lambda}{2} + \frac{1-\lambda}{2}\cos 2\alpha, \quad n = \frac{1+\lambda}{2} - \frac{1-\lambda}{2}\cos 2\alpha, \quad l = \frac{1-\lambda}{2}\sin 2\alpha, \quad (2)$$

где λ – коэффициент бокового распора, величина которого близка к единице.

При разработке пласта полезного ископаемого исходное напряженное состояние массива изменяется. Будем искать компоненты тензора напряжений в виде суммы

$$\sigma_y^e = \sigma_y^{\circ} + \sigma_y, \quad \sigma_x^e = \sigma_x^{\circ} + \sigma_x, \quad \tau_{xy}^e = \tau_{xy}^{\circ} + \tau_{xy}, \quad (3)$$

где σ_y , σ_x и τ_{xy} – дополнительные напряжения в массиве, появление которых обусловлено наличием выработки. Для достаточно больших глубин ведения горных работ при определении дополнительных напряжений можно пренебречь влиянием дневной поверхности.

Напряжения в пластических областях приближенно описываются с помощью обобщенного решения задачи Прандтля [3, 7]. В рассматриваемом случае на контакте пород с пластом действуют нормальные напряжения:

$$\sigma_y^e = -(a_l x + c_l), \quad -x_2^l \leq x \leq -x_1; \quad \sigma_y^e = -(a_r x + c_r), \quad x_1 \leq x \leq x_2^r. \quad (4)$$

$$\begin{aligned}\text{Здесь} \quad -a_l = a_r = \frac{T_n}{h} \frac{1 - \alpha_p}{2}, \quad \alpha_p &= \frac{2|\tau_{xy}^e(0,0)|}{T_n} - 1, \\ c_l = C(T_n, c_p, \alpha_p) + a_l x_1, \quad c_r &= C(T_n, c_p, \alpha_p) - a_r x_1, \\ C(T_n, c_p, \alpha_p) &= T_n \frac{\sqrt{1 - c_p}}{1 - \alpha_p} \left(\frac{\pi}{2} - \alpha_p \sqrt{1 - \alpha_p^2} - \arcsin \alpha_p \right).\end{aligned}\quad (5)$$

При $\alpha_p = -1$ и $c_p = 0$ из выражений (4) и (5) получаются известные формулы Прандтля [2,6] для изотропного слоя.

Протяженность выработки $2x_1$ известна. Неизвестными являются координаты x_2^l и x_2^r . Они подлежат определению в ходе решения задачи.

Для определения дополнительных напряжений и перемещений в массиве воспользуемся методом суперпозиции, при этом сформулируем две группы граничных условий. Первая группа связана с нормальным деформированием пород почвы. Она имеет вид:

$$\sigma_y = m\gamma H \left(1 - \frac{\sin\alpha}{H} x \right) - (a_l x + c_l), \quad -x_2^l < x < -x_1,$$

$$\begin{aligned}
\sigma_y &= m\gamma H \left(1 - \frac{\sin \alpha}{H} x\right), & -x_1 < x < x_1, \\
\sigma_y &= m\gamma H \left(1 - \frac{\sin \alpha}{H} x\right) - (a_r x + c_r), & x_1 < x < x_2^r, \\
\tau_{xy} &= 0, & |x| < \infty, \\
v &= -h, & -\infty < x < -x_2^l, \quad x_2^r < x < +\infty.
\end{aligned} \tag{6}$$

После преобразований получим решение данной граничной задачи [4,5] в виде

$$\Phi^{(1)}(z_1) = \frac{\mu_2}{\mu_2 - \mu_1} F_0(z_1), \quad \Psi^{(1)}(z_2) = -\frac{\mu_1}{\mu_2 - \mu_1} F_0(z_2) \tag{7}$$

где

$$\begin{aligned}
F_0(z) &= \frac{\gamma H m}{2} \left(1 - \frac{\sin \alpha}{H} \left(z - \sqrt{(z + x_2^l)(z - x_2^r)}\right)\right) + \\
&+ \left[a_l \mathcal{G}(-x_2^l, -x_1) + a_r \mathcal{G}(x_1, x_2^r) \right] \frac{\sqrt{(z + x_2^l)(z - x_2^r)}}{\pi} + \\
&+ \frac{a_l z + c_l}{2\pi i} \ln \frac{\chi(z, -x_1)}{\chi(z, -x_2^l)} - \frac{a_r z + c_r}{2\pi i} \ln \frac{\chi(z, x_1)}{\chi(z, x_2^r)}, \\
\mathcal{G}(t_1, t_2) &= \arctg \sqrt{\frac{x_2^r - t_1}{x_2^l + t_1}} - \arctg \sqrt{\frac{x_2^r - t_2}{x_2^l + t_2}}, \\
\chi(z, x) &= \frac{-2i \sqrt{(z + x_2^l)(z - x_2^r)} \sqrt{(x_2^l + x)(x_2^r - x)} + (x_2^r - x_2^l)(z + x) - 2(zx - x_2^r x_2^l)}{(x_2^r + x_2^l)(x - z)}.
\end{aligned}$$

Решение (7) ограничено в точках изменения граничных условий $-x_2^l$ и x_2^r .

При его построении считалось, что $F^0(\infty) = 0$.

Условие локального влияния выработки на напряженное состояние массива для функций (7) имеет вид

$$\begin{aligned}
&\frac{\gamma H m}{2} \left(1 + \frac{\sin \alpha}{2H} (x_2^l - x_2^r)\right) + \frac{1}{2\pi} \left\{ a_l \zeta(-x_1, -x_2^l) - a_r \zeta(x_1, x_2^r) - \right. \\
&\left. - \left[a_l (x_2^r - x_2^l) + 2c_l \right] \mathcal{G}(-x_2^l, -x_1) - \left[a_r (x_2^r - x_2^l) + 2c_r \right] \mathcal{G}(x_1, x_2^r) \right\} = 0,
\end{aligned} \tag{8}$$

где

$$\zeta(t_1, t_2) = \sqrt{(x_2^l + t_1)(x_2^r - t_1)} - \sqrt{(x_2^l + t_2)(x_2^r - t_2)}.$$

При удовлетворении граничных условий для перемещений (2.6) используем потенциалы (7) и формулу:

$$\omega(b_k) - \omega(a_k) = -2 \int_{a_k}^{b_k} (\beta \operatorname{Im} F(t) + \operatorname{Re}(q_2 \mu_2^{-1} \Phi_\tau(t))) dt, \quad (k = \overline{1, n}).$$

Опуская громоздкие выкладки, связанные с вычислением и преобразованиями интегралов [1], получим следующее соотношение:

$$\begin{aligned} -2\beta \left\{ \left[\left(\frac{a_l}{4} (2x_1 - x_2^r + x_2^l) - c_l \right) + \left(\frac{a_r}{4} (2x_1 + x_2^r - x_2^l) + c_r \right) \right] \frac{\sqrt{(x_2^r + x_1)(x_2^l - x_1)}}{2} + \right. \\ \left. + \left[\frac{\gamma H m \sin \alpha}{2} \pi + a_l \mathcal{G}(-x_2^l, -x_1) + a_r \mathcal{G}(x_1, x_2^r) \right] \frac{(x_2^r + x_2^l)^2}{8} \right\} = 0. \quad (9) \end{aligned}$$

Для удовлетворения равенства (9) достаточно потребовать, чтобы в нуль обращалось выражение, стоящее внутри фигурных скобок, так как величина β , характеризующая упругие свойства горных пород, отлична от нуля. Таким образом, условие для перемещений (9) не зависит от упругих характеристик вмещающих горных пород.

Трансцендентные уравнения (8) и (9) образуют систему двух уравнений для определения неизвестных длин призабойных пластических областей $(-x_2^l, -x_1)$ и (x_1, x_2^r) в зависимости от длины свободно зависающей кровли, исходного горного давления, мощности, пластических свойств и угла наклона разрабатываемого пласта полезного ископаемого.

Вторая группа граничных условий, связанная с поперечным деформированием пород почвы, может быть записана так:

$$\begin{aligned} \sigma_y &= 0, & |x| < \infty. \\ \tau_{xy} &= l\gamma H \left(1 - \frac{\sin \alpha}{H} x \right), & -x_2^l < x < x_2^r, \\ u &= 0, & -\infty < x < -x_2^l, \quad x_2^r < x < \infty, \end{aligned} \quad (10)$$

Решение смешанной задачи (10), исчезающее на бесконечности, имеет вид

$$\begin{aligned} \Phi^{(2)}(z_1) = \frac{\gamma H}{2} \frac{l}{\mu_2 - \mu_1} \left\{ \left(1 - \frac{\sin \alpha}{H} z_1 \right) \left(1 - \frac{2z_1 + x_2^l - x_2^r}{2\sqrt{(z_1 + x_2^l)(z_1 - x_2^r)}} \right) - \right. \\ \left. - \frac{\sin \alpha (x_2^l + x_2^r)^2}{8H\sqrt{(z_1 + x_2^l)(z_1 - x_2^r)}} \right\}, \quad \Psi^{(2)}(z_2) = -\Phi^{(2)}(z_2). \quad (11) \end{aligned}$$

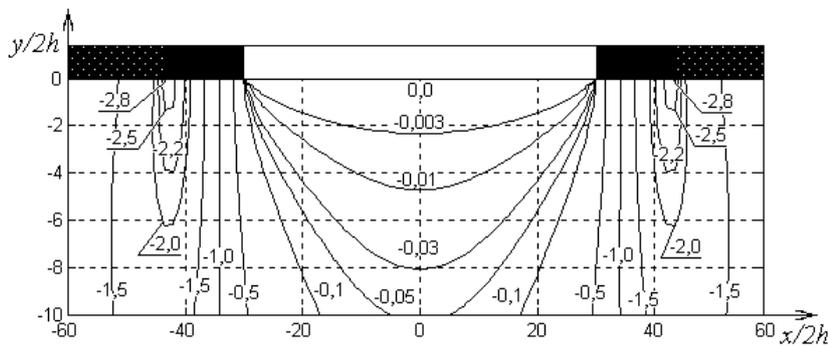
Таким образом, напряженно-деформированное состояние массива с наклон-

ной выработкой описывается функциями:

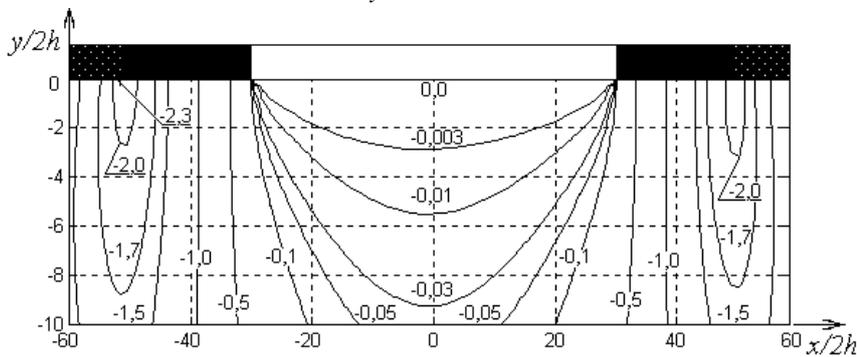
$$\begin{aligned} \Phi(z_1) &= \Phi^{(1)}(z_1) + \Phi^{(2)}(z_1), & \Psi(z_2) &= \Psi^{(1)}(z_2) + \Psi^{(2)}(z_2). & (12) \\ \sigma_x &= 2\operatorname{Re}(\mu_1^2 \Phi(z_1) + \mu_2^2 \Psi(z_2)), & \sigma_y &= 2\operatorname{Re}(\Phi(z_1) + \Psi(z_2)), \\ \tau_{xy} &= -2\operatorname{Re}(\mu_1 \Phi(z_1) + \mu_2 \Psi(z_2)), \\ \frac{\partial u}{\partial x} &= 2\operatorname{Re}(p_1 \Phi(z_1) + p_2 \Psi(z_2)), & \frac{\partial v}{\partial x} &= 2\operatorname{Re}(q_1 \Phi(z_1) + q_2 \Psi(z_2)). \end{aligned}$$

2. Влияние горно-геологических условий на распределение напряжений в породах почвы очистной выработки.

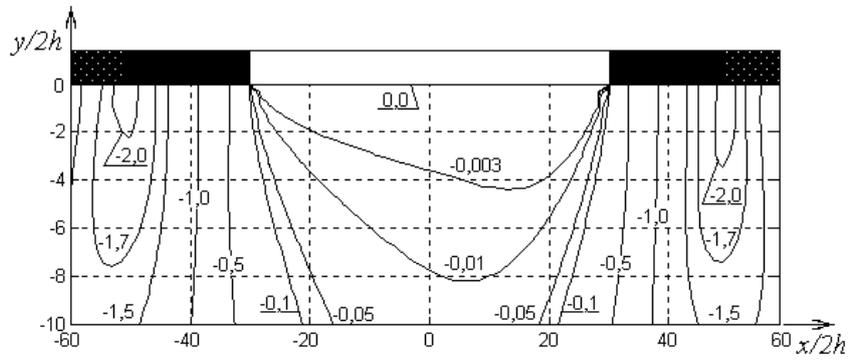
Представленные на рис. 2 результаты численного решения задачи получены при следующих значениях параметров: $E_1 = 1,074 \cdot 10^4$ МПа; $E_2 = 0,52 \cdot 10^4$ МПа; $G_2 = 0,12 \cdot 10^4$ МПа.; $\nu_1 = 0,413$; $\nu_2 = 0,198$, $H = 1000$ м, $2h = 1$ м, $x_1 = 30$ м, $\lambda = 0,9$, $\gamma = 2,5$ Т/м³.



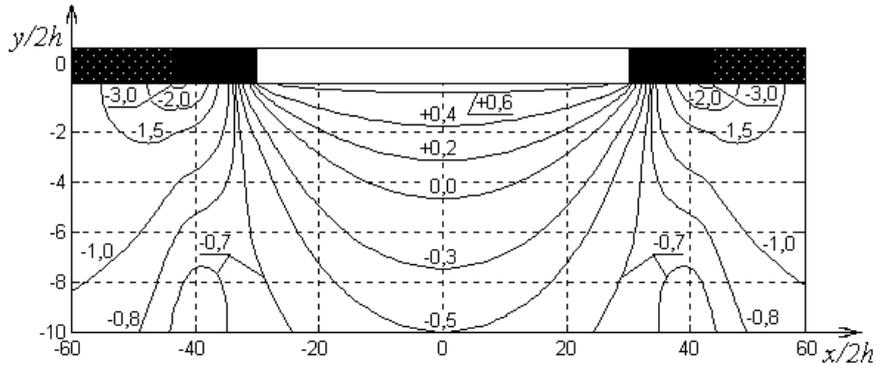
Изолинии $\sigma_y^e / \gamma H = \text{const}$ при $\alpha = 0^\circ$



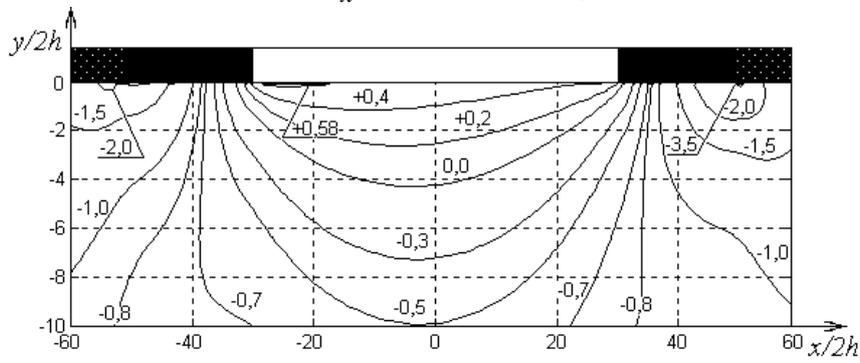
Изолинии $\sigma_y^e / \gamma H = \text{const}$ при $\alpha = 45^\circ$



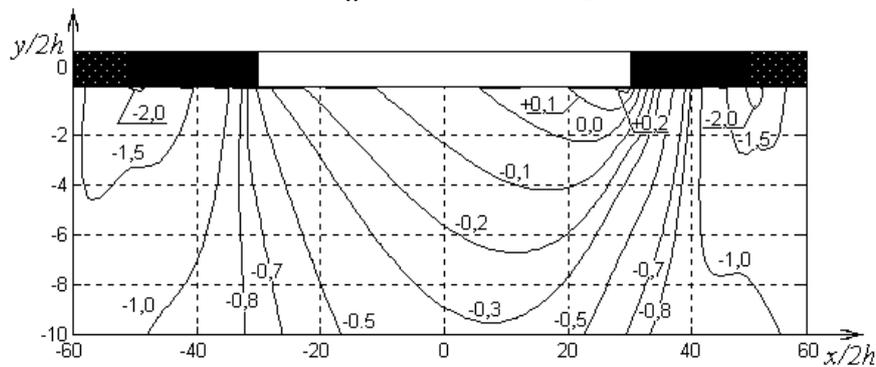
Изолинии $\sigma_y^e / \gamma H = const$ при $\alpha = 45^\circ$ и $\psi = 45^\circ$



Изолинии $\sigma_x^e / \gamma H = const$ при $\alpha = 0^\circ$



Изолинии $\sigma_x^e / \gamma H = const$ при $\alpha = 45^\circ$



Изолинии $\sigma_x^e / \gamma H = const$ при $\alpha = 45^\circ$ и $\psi = 45^\circ$

Рис. 2 – Распределение напряжений в породах почвы

Из рисунков видно, что в породах почвы существуют только сжимающие напряжения σ_y^e . Концентрация максимальных напряжений имеет место на рас-

стоянии порядка 10 метров от забоя. В области выработанного пространства сжимающие напряжения меньше исходного горного давления ($\sigma_y^e < -\gamma H$), что приводит к поднятию пород почвы. Углы наклона и напластования пород не оказывают существенного влияния на картину распределения напряжений σ_y^e в почве.

Большой интерес представляет распределение напряжений σ_x^e . Как видно из рисунков, в породах почвы имеют место не только сжимающие напряжения, но и растягивающие. Максимальные сжимающие напряжения, как и для σ_y^e , образуются на расстоянии 10 метров от забоя. А под выработанным пространством имеет место растяжение пород. Для горизонтальной выработки наблюдается плавное увеличение растягивающих напряжений, их максимум стремится к центру выработанного пространства. По мере приближения к забою, область растягивающих напряжений уменьшается. Но при увеличении угла наклона пласта максимум растягивающих напряжений приближается к забою. Как видно из рисунков, при $\alpha=45^0$, область концентрации максимальных растягивающих напряжений расположена вблизи забоя на расстоянии двух метров. Что, в свою очередь, может привести к образованию трещин в породах почвы в рабочем пространстве. Изменения угла напластования пород приводит к уменьшению растягивающих и переходу их в заниженные сжимающие напряжения. Увеличения сжимающих напряжений σ_x^e вблизи забоя может привести к вспучиванию почвы.

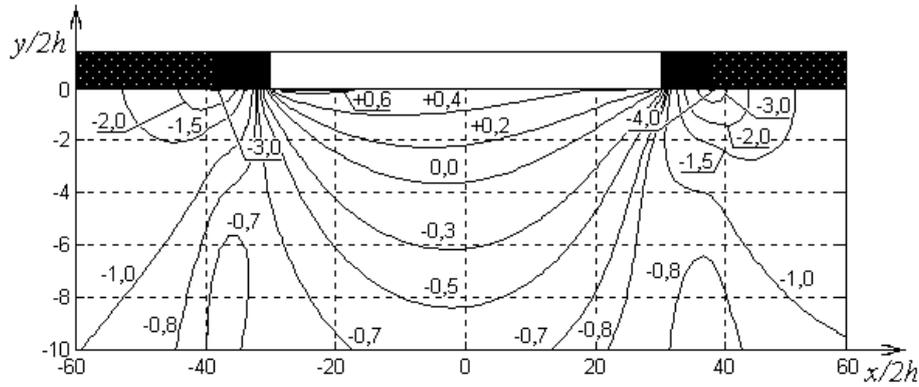
Как показали расчеты, на образование трещин и вспучивание пород вблизи забоя оказывают существенное влияние угол наклона пласта и угол напластования пород.

3. Влияние горнотехнических факторов на распределение напряжений в породах почвы очистной выработки.

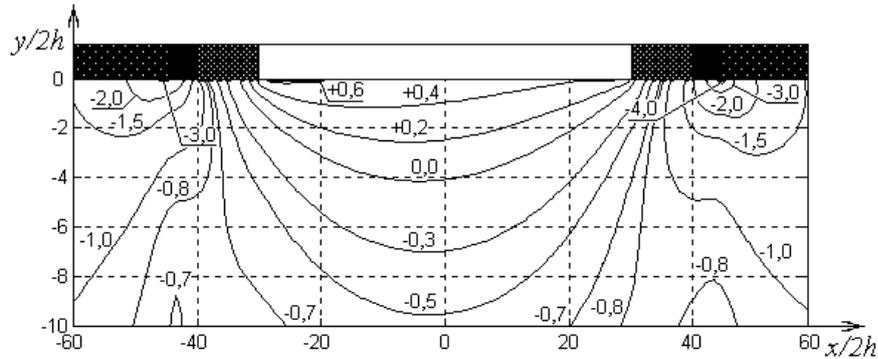
На практике для управления горным давлением часто используют различные способы увлажнения угля, а также оставление охранного целика. В этом пункте исследуется влияние горнотехнических факторов на перераспределение напряжений в породах почвы вблизи забоя.

Рассмотрим случай увлажнения угля. Увлажнение угля способствует проращению микротрещин в пласте и снижает его прочность (приблизительно в два раза). Аналитическое решение задачи аналогично решению (6) - (12).

На рис. 3. приведены графики распределения напряжений σ_x^e .



а)



б)

а – для сухого угля; б - для увлажненного угля

Рис. 3 – Распределение напряжений $\sigma_x^e / \gamma H = const$ при $\alpha = 45^\circ$

Как видно из рисунков, увлажнение угля привело к удалению максимальных сжимающих напряжений от забоя, но при этом не оказало влияния на область максимальных растягивающих напряжений.

Рассмотрим случай оставленного охранного целика. Пусть (x_a, x_b) – ширина целика полезного ископаемого и в областях (x_a, x_{cp}) и (x_{cp}, x_b) уголь деформируется в соответствии со своими пластическими свойствами. К граничным условиям (6) добавится условие закрепления части выработанного пространства:

$$\begin{aligned} \sigma_y &= m\gamma H \left(1 - \frac{\sin \alpha}{H} x\right) - (A_l x + B_l), & x_a < x < x_{cp}, \\ \sigma_y &= m\gamma H \left(1 - \frac{\sin \alpha}{H} x\right) - (A_r x + B_r), & x_{cp} < x < x_b, \end{aligned} \quad (13)$$

Здесь

$$\begin{aligned} A_l = -A_r &= -\frac{T_n}{h} \frac{1 - \alpha_p}{2}, & \alpha_p &= \frac{2|\tau_{xy}^\circ(0,0)|}{T_n} - 1, \\ B_l &= C(T_n, c_p, \alpha_p) + A_l x_a, & B_r &= C(T_n, c_p, \alpha_p) + A_l x_b. \end{aligned} \quad (14)$$

Решение этой смешанной задачи имеет следующий вид:

$$\Phi^{(1)}(z_1) = \frac{\mu_2}{\mu_2 - \mu_1} F_u(z_1), \quad \Psi^{(1)}(z_2) = -\frac{\mu_1}{\mu_2 - \mu_1} F_u(z_2),$$

$$F_u(z) = F_0(z) + \left[A_l \mathcal{G}(x_a, x_{cp}) + A_r(x_b, x_{cp}) \right] \frac{\sqrt{(z + x_2^l)(z - x_2^r)}}{\pi} + \quad (15)$$

$$+ \frac{A_l z + B_l}{2\pi i} \ln \left[\chi(x_{cp}) / \chi(x_a) \right] + \frac{A_r z + B_r}{2\pi i} \ln \left[\chi(x_b) / \chi(x_{cp}) \right],$$

где $F_0(z)$ определяется формулой (7).

Ниже на рис. 4 приведен график распределения напряжений σ_x^e в породах почвы. Наличие охранного целика приводит к уменьшению максимальных растягивающих напряжений. Как видно из рисунков, область концентрации максимальных растягивающих напряжений в породах почвы вблизи забоя практически исчезла.

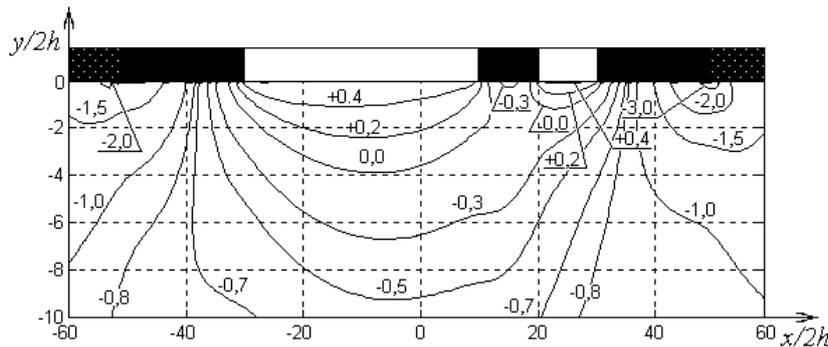


Рис. 4 – Распределение напряжений $\sigma_x^e / \gamma H = const$ при наличии оставленного целика

Выводы.

На образование трещин и вспучивание пород почвы вблизи забоя существенно влияют угол напластования массива и угол наклона пласта. Увеличение этих углов сопровождается формированием областей концентрации напряжений в породах почвы очистной выработки. Оставление охранного целика приводит к уменьшению напряжений и предотвращению процессов трещинообразования и поднятия пород вблизи забоя.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Градштейн И.С. Таблицы интегралов сумм, рядов и произведений / И.С. Градштейн, И.М. Рыжик. – М.: Наука, 1963. – 1108 с.
2. Качанов Л.М. Основы теории пластичности / Л.М. Качанов. – М.: Наука, 1969. – 420 с.
3. Левшин А.А. Напряженно-деформированное состояние анизотропного массива при разработке угольного пласта с оставленным целиком / А.А. Левшин, Е.А. Нескоромная, С.Н. Федотов // Физика и техника высоких давлений. – 1998. – № 2. – С. 115-121.
4. Лехницкий С.Г. Теория упругости анизотропного тела / С.Г. Лехницкий. – М.: Наука, 1977. – 416с.
5. Мухелишвили Н.И. Сингулярные интегральные уравнения / Н.И. Мухелишвили. – М.: Наука, 1968. – 512 с.
6. Хапилова Н.С. Теория внезапного отжима угольного пласта / Н.С. Хапилова. – Киев: Наук. думка, 1992. – 232с.
7. Хилл Р. Математическая теория пластичности / Р. Хилл. – М.: Мир, 1956. – 408с.

Д-р техн. наук К.К. Софийский,
кандидаты техн. наук Д.П. Силин,
В.И. Гаврилов, А.П. Петух,
инженеры Р.А. Агаев, В.В. Власенко
(ИГТМ НАН Украины)
инженер О.В. Московский
(ГП «Дзержинскуголь»)

АНАЛИЗ СОВРЕМЕННЫХ ПРЕДСТАВЛЕНИЙ О ТРЕЩИНОВАТО- ПОРИСТОЙ СТРУКТУРЕ УГЛЯ

У роботі наведено сучасні уявлення про тріщино-пористу структуру викопного вугілля, описані дослідження фізико-механічних, сорбційних і фільтраційних властивостей пористих тіл, вплив капілярної вологи на процеси фільтрації.

ANALYSIS OF MODERN CONCEPTIONS OF FISSURE-POROUS STRUCTURE OF COAL

In work the modern conceptions of fissure and porous structure of fossil coal are cited, researches of physical and mechanical, sorptional and filtration properties of porous bodies, influence of capillary moisture on the processes of filtration are described.

Ископаемые каменные угли относятся к классу осадочных горных пород, структура и свойства которых отражают сложные геологические и физико-химические процессы превращения исходного растительного материала. Исходный материал углей – отмершие высокоорганизованные растения, биомасса микроорганизмов и минеральные вещества в период торфонакопления и раннего диагенеза подвергались воздействию комплекса геолого-генетических факторов, специфических для каждого угольного месторождения. Фундаментальные исследования осадочного процесса, выполненные в последние десятилетия XX столетия П.П. Тимофеевым, Л.И. Боголюбовой и др. позволили выявить общие направления и закономерности в формировании структуры органического вещества и вмещающих пород углей большинства угольных месторождений и бассейнов. На основании этих исследований была создана генетическая классификация гумусовых углей угольных месторождений [1]. Основным параметром этой классификации принят генетический тип углей, характеризующий органическое вещество углей во всем метаморфическом ряду по степени разложения лигниноцеллюлозных тканей. Генетический тип угля является параметром, характеризующим морфологию вещества, его структуру и текстуру и не зависит от стадии метоморфизма угля. В самом общем случае основным фактором, определяющим генетический тип, является степень участия кислорода в процессах превращения веществ-углеобразователей на стадии генезиса углей.

Уголь – высокомолекулярное вещество. Структура ячейки макромолекулы угля отличается в ряду метаморфизма числом циклогексановых и циклопентановых ароматических колец и боковыми цепочками. Ячейки макромолекул угля соединены между собой боковыми цепочками из алифатических, нафтеноалифатических, кислород- и азотсодержащих групп.

В ряду метаморфизма с уменьшением выхода летучих веществ происходит